

Individuare estremi e punti di massimo e minimo della funzione

$$f(x) = 1 - |x| \cdot e^{-x}$$

1) Insieme di definizione

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

2) Asintoti verticali:

Non esistono asintoti verticali

3) Asintoti orizzontali:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - x \cdot e^{-x} = 1 - \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot e^{-x} = 1$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x}$ è una forma indet., applico l'Hopital ($\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot e^{-x} = 0$$

Quindi $y=1$ è un asintoto orizzontale a destra.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - |x| \cdot e^{-x} = 1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + x \cdot e^{-x} = -\infty$$

Quindi non esiste asintoto orizzontale a sinistra.

4) Asintoti obliqui

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} + e^{-x} = +\infty$$

Non esiste asintoto obliquo.

5) Crescenza e decrescenza

$$f'(x) = \begin{cases} 0 - (e^{-x} - x e^{-x}) & \text{se } x > 0 \\ 0 + (e^{-x} - x e^{-x}) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} e^{-x} \cdot (x - 1) & \text{se } x > 0 \\ e^{-x} \cdot (1 - x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Segno derivata prima

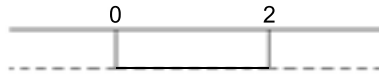


6) Punti di max, min, flesso della funzione

$$f''(x) = \begin{cases} -e^{-x} \cdot (x-1) + e^{-x} & \text{se } x > 0 \\ -e^{-x} \cdot (1-x) - e^{-x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} e^{-x} \cdot (-x+2) & \text{se } x > 0 \\ e^{-x} \cdot (-2+x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Segno derivata seconda



verifichiamo la derivabilità in 0

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - |h|e^{-h} - 1}{h} = \begin{cases} -1 & \text{se } h > 0 \\ 1 & \text{se } h < 0 \end{cases}$$

f non è derivabile in 0

$$f'_+(0) = -1 \text{ e } f'_-(0) = 1$$

$$\sup f(x) = \max f(x) = f(0) = 1$$

$$\min f(x) = f(1) = \frac{e-1}{e}$$

$$\inf f(x) = -\infty$$