

## TRACCIA 2

Il candidato svolga un tema e risolva almeno due esercizi (scelti in almeno due aree diverse) fra quelli proposti.

### Temi

- 1) Teorema di completezza e sue conseguenze in logica matematica.
- 2) Anelli Euclidei.
- 3) Diagonalizzazione degli endomorfismi.
- 4) Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale.
- 5) Cinematica del corpo rigido.
- 6) Interpolazione polinomiale.
- 7) Catene di Markov e applicazioni.

### Esercizi

- 1) Esiste un sistema di assiomi nella logica del primo ordine che caratterizzi il campo dei numeri complessi? Motivare la risposta.
- 2) Si provi che un sottogruppo di indice 2 in un gruppo è sempre normale. E' vero che un sottogruppo di indice 3 è normale?
- 3) In  $Z_2[x]$  si consideri il polinomio  $f(x) = x^3 + x + 1$ . Si provi che  $Z_2[x]/(f(x))$  è un campo e se ne determini l'ordine.
- 4) Provare che le trasformazioni ortogonali che conservano l'orientamento del piano e dello spazio ordinari che vengono dette "rotazioni" sono in entrambi i casi rotazioni geometriche elementari.
- 5) Integrare la seguente equazione differenziale:

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x}.$$

- 6) Verificare che la forma differenziale:

$$\frac{x - 2y}{(x - y)^2} dx + \frac{y}{(x - y)^2} dy$$

è un differenziale esatto e calcolarne le funzioni primitive.

- 7) Si calcoli la velocità con cui una meteora (in caduta libera da grande distanza) raggiunge la superficie terrestre.
- 8) Determinare una fattorizzazione LU di

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

9) Si magiori l'errore di interpolazione per la funzione

$$f(x) = \cos x + \sin x \quad x_k = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{4} \quad k = 0, \dots, 4.$$

10) Dato il sistema a coda  $M/M/2/5$  con frequenza degli interarrivi  $\lambda = \frac{1}{4}$  e frequenza di servizio  $\mu = \frac{1}{5}$ , calcolare i principali indici di prestazione.